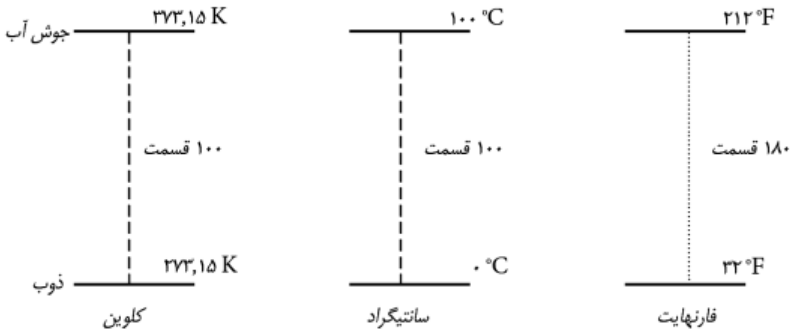
فصل ۱۱

حرارت
و قوانین ترمودینامیک

۱۱-۱- حرارت

۱۱-۲- دما

مقیاسهای دمایی



شکل ۱۱-۲

$$T(K) = ۲۷۳/۱۵ + T(^\circ C) \qquad \Delta T(K) = \Delta T(^\circ C)$$

$$T(^\circ F) = ۳۲ + ۱/۸\, T(^\circ C) \qquad \Delta T(^\circ F) = ۱/۸ \Delta T(^\circ C)$$

۱۱-۳- گرما (Q)

۱۱-۴- آثار گرما

شامل ۱. تغییر دما ۲. تغییر حالت ۳. تغییر ابعاد

۱۱-۴-۱- تغییر دما

ظرفیت گرمایی C مقدار گرمایی که یک جسم می‌گیرد تا دمای آن یک درجه سانتیگراد افزایش یابد.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه c

مقدار گرمایی که واحد جرم جسم می‌گیرد تا دمای آن یک درجه سانتیگراد افزایش یابد.

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

مثال (۱۱-۴). در یک ظرف با ارزش آبی ۲۵Cal/°C مقدار ۱۰۰ g آب در دمای ۲۰ °C وجود دارد. اگر قطعه‌ای فلز با دمای ۹۰ °C درون آب انداخته و شرایط بی در رو حاکم شود، دمای تعادل ۲۲ °C خواهد شد. ظرفیت گرمایی فلز چقدر است؟

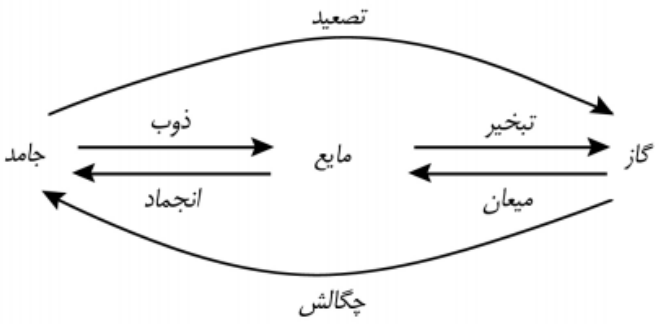
$Q=0 \rightarrow m_1c_1\Delta T_1 + C\,\Delta T_1 + m_2c_2\Delta T_2 = 0 \qquad 100\,(1)\,(22-20)+25(22-20)+(m_2c_2)(22-90)=0$ بی در رو

$$m_2c_2 = C = \frac{250}{68} = 3/68\ \text{cal}/^\circ\text{C}$$

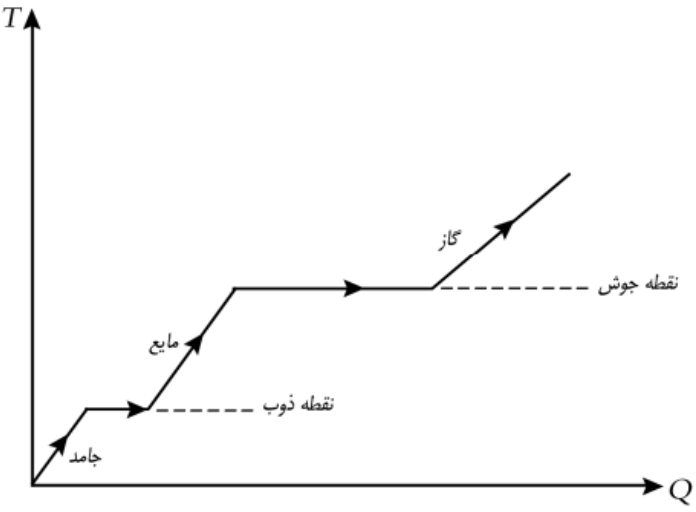
۱۱-۴-۲- تغییر حالت

گرمای نهان (L) مقدار گرمایی که واحد جرم جسم در دمای ثابت می‌گیرد (یا از دست می‌دهد) تا از یک حالت به حالت دیگر تبدیل شود.

$$L = \frac{Q}{m}$$



شکل ۱۱-۴



شکل ۱۱-۳

مثال (۱۱-۶). در یک ظرف بی در رو ۵۰ g یخ در دمای -20°C وجود دارد، (ارزش آبی ظرف ناچیز) چه جرمی از بخار 100°C وارد ظرف کنیم تا پس از تعادل آب در دمای 40°C وجود داشته باشد.

$$\text{آب}\ (40^\circ\text{C}) \rightarrow \text{یخ}\ (0^\circ\text{C}) \rightarrow \text{یخ}\ (0^\circ\text{C}) \rightarrow \text{آب}\ (-20^\circ\text{C})$$

$$\text{آب}\ (40^\circ\text{C}) \rightarrow \text{آب}\ (100^\circ\text{C}) \rightarrow \text{بخار}\ (100^\circ\text{C})$$

$$\text{بی‌در رو}\quad Q=0 \rightarrow m_1c_1\Delta T_1 + m_1L_f + m_1c\Delta T_2 + m(-L_V) + mc\Delta T_3 = 0$$

$$50\,(0/5)\,(0-(-20)) + 50(80) + 50\,(1)(40-0) + m(-540) + m(1)(40-100) = 0$$

$$m = \frac{500+4000+2000}{600} = \frac{6500}{600} = 10/83\ \text{g}$$

۱۱-۴-۳- انبساط

برای جامدات انبساط خطی - انبساط سطحی - انبساط حجمی :

۱۱-۴-۳-۱- انبساط خطی

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0\Delta T} \qquad \Delta L = \alpha L_0\Delta T \rightarrow L - L_0 = \alpha L_0\Delta T \rightarrow L = L_0(1+\alpha\Delta T)$$

۱۱-۴-۳-۲- انبساط سطحی

$$\frac{\Delta A}{A_0 \Delta T} = 2\alpha = \text{ضریب انبساط سطحی} \rightarrow A = A_0(1+2\alpha\Delta T)$$

۱۱-۴-۳-۳- انبساط حجمی

$$\frac{\Delta v}{v_0 \Delta T} = 3\alpha = \text{ضریب انبساط حجمی} \rightarrow V = V_0(1+3\alpha\Delta T)$$

برای سیالات ضریب انبساط حجمی را با β نشان می‌دهیم:

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} \rightarrow \Delta V = \beta V_0 \Delta T \rightarrow V = V_0(1+\beta\Delta T)$$

مثال (۱۱-۹). یک ظرف آلومینیومی به گنجایش $40\,lit$ در دمای $20^\circ c$ از مایعی پر شده $(\beta = 7/9\times10^{-5}\ /^\circ C)$ اگر دمای مجموعه به $70^\circ c$ برسد. چه مقدار مایع از ظرف بیرون می‌ریزد.

ظرف V – مایع V = ظرف ΔV – مایع ΔV = مقدار سرریز $\rightarrow$ ظرف V_0 = مایع V_0

مقدار سرریز $= \beta V_0 \Delta T - 3\alpha V_0 \Delta T \rightarrow (\beta - 3\alpha)V_0\,\Delta T = 10^{-5}(7/9-6/9)\times40\times50 = 2\times10^{-2}\,lit$

۱۱-۵- راههای انتقال گرما

الف) تابش، ب) همرفت، ج) رسانش

۱۱-۵-۱- تابش انتقال گرما توسط امواج الکترومغناطیس صورت گرفته، این امواج مکانیکی نیستند و برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند به همین علت می‌توانند از محیط خلأ نیز عبور کنند و سرعت انتشار آنها همان سرعت نور $C = 3\times10^8\ m/s$ است. آهنگ تابش انرژی از یک سطح در دمای T با جنس سطح و دما و اندازه سطح (A) ارتباط دارد : $H = Ae\sigma T^4$ $\sigma = 5/67\times10^{-8}\ W/m^2\cdot k^4$

مثال (۱۱-۱۲). ورقه‌ای به شکل دایره به شعاع $20\ Cm$ از فولاد تا دمای $700^\circ C$ گرم شده، اگر ضریب گسیلمندی $0/6$ باشد، آهنگ تابش چقدر است؟

$$H = Ae\sigma T^4 \rightarrow H = \pi R^2 e\sigma T^4 = 3829/8\ Wat$$

۱۱-۵-۲- همرفت

انتقال گرما توسط مولکولهای ماده سیال به همراه انتقال ماده، همرفت را ایجاد می‌کند.

$$\Delta\rho = -\beta\rho\Delta T$$

۱۱-۵-۳- رسانش

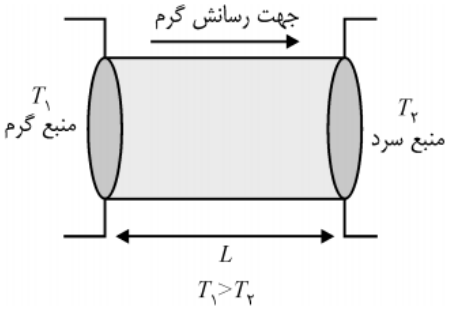
انتقال گرما در واحد زمان بین نقاط مختلف جسم (در اثر اختلاف دما) را رسانش می‌نامیم.

اگر میله‌ای به‌طول L و سطح مقطع A بین دو منبع دمایی T_1 (گرم) و T_2 (سرد) قرارگیرد،

عوامل مؤثر در انتقال گرما (رسانش)

سطح تماس (A): **اختلاف دمای دو طرف (ΔT):**

طول میله (ضخامت) (L) **جنس میله:** عامل کیفی با ضریب K

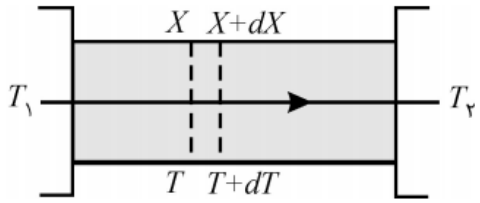


شکل ۱۱-۷

$$H = -KA\frac{\Delta T}{L}$$

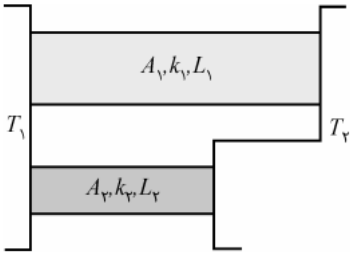
عبارت فوق مربوط به حالت پایا است. حالت پایا به وضعیتی گفته می‌شود که در آن دمای نقاط جسم در طول فرآیند انتقال گرما، بدون تغییر بماند.

در صورتی که حالت پایا نباشد : $H = -KA\frac{dT}{dx}$



شکل ۱۱-۸

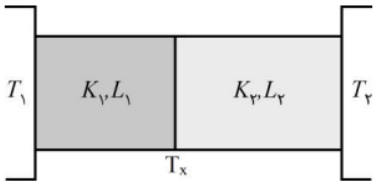
الف) ترکیب موازی : رسانش زیاد می‌شود.



شکل ۱۱-۹

$$H_t = \sum_{i=1}^{n} H_i$$

ب) ترکیب سری : رسانش کم می‌شود.



شکل ۱۱-۱۰

$$H_t = \frac{A(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}}$$

برای حالتی که n تیغه متوالی باشند

$$H_t = \frac{A(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^{n}\frac{L_i}{K_i}}$$

مثال (۱۱-۱۳). الف) آهنگ انتقال گرما از پنجره شیشه‌ای به مساحت $3\,m^2$ و ضخامت ۳ mm که دمای یک طرف آن $20\,^\circ C$ و طرف دیگر $-10\,^\circ C$ است را محاسبه کنید. ($K = 1\ J/s.m.\,^\circ C$)

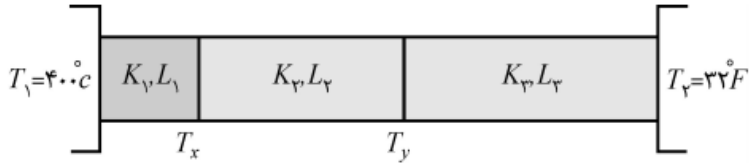
ب) اگر از پنجره دو جداره استفاده کنیم، آهنگ اتلاف گرما چقدر خواهد بود؟ (دو شیشه و یک لایه هوا هر یک به ضخامت 3mm).

حل:

الف) $H = \frac{KA(T_۱ - T_۲)}{L} = \frac{۱ \times ۳ \times (۲۰ - (-۱۰))}{۳ \times ۱۰^{-۳}} = ۳ \times ۱۰^{۴} J/S$

ب) $H = \frac{A(T_۱ - T_۲)}{\frac{L_۱}{K_۱} + \frac{L_۲}{K_۲} + \frac{L_۳}{K_۳}} = \frac{۳(۳۰)}{۳ \times ۱۰^{-۳}(\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۰/۰۲۴} + \frac{۱}{۱})} = \frac{۳ \times ۱۰^{۴}}{۴۳/۶} = ۶۸۸ J/S$

مثال (۱۱-۱۵). مطابق شکل ۳ میله با مشخصات داده شده، به‌طور متوالی به هم متصل شده و بین دو منبع دمایی قرار گرفته‌اند. سطح مقطع میله‌ها با هم برابر است، دما در محل اتصال میله‌ها چقدر است؟



شکل ۱۱-۱۱

$K_۱ = ۲K_۲ = ۳K_۳$ و $L_۱ = \frac{۱}{۲}L_۲ = \frac{۱}{۳}L_۳$

حل: ابتدا رسانش کلی را برحسب مشخصات میله ۱ محاسبه می‌کنیم.

$T_۲ = ۳۲°F = ۰°C$

$$H = \frac{A(T_۱ - T_۲)}{\frac{L_۱}{K_۱} + \frac{L_۲}{K_۲} + \frac{L_۳}{K_۳}} = \frac{A(۴۰۰ - ۰)}{\frac{L_۱}{K_۱} + \frac{۲L_۱}{\frac{۱}{۲}K_۱} + \frac{۳L_۱}{\frac{۱}{۳}K_۱}} = \frac{A(۴۰۰)}{\frac{L_۱}{K_۱}(۱ + ۴ + ۹)} = \frac{K_۱A}{L_۱}(\frac{۴۰۰}{۱۴})$$

$$H_۱ = \frac{K_۱A(T_۱ - T_x)}{L_۱} = \frac{K_۱A}{L_۱}(۴۰۰ - T_x) \rightarrow H_۱ = H$$

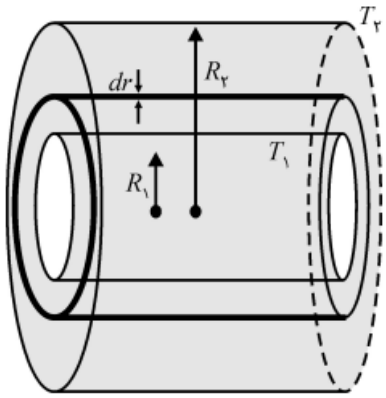
$$\rightarrow \frac{K_۱A}{L_۱}(۴۰۰ - T_x) = \frac{K_۱A}{L_۱}(\frac{۴۰۰}{۱۶})$$

$$۴۰۰ - T_x = \frac{۴۰۰}{۱۴} \rightarrow T_x = ۳۷۱/۴°C$$

می‌توان رسانش میله ۲ یا میله ۳ را محاسبه و با H برابر گذشت $\leftarrow T_y = ۲۵۷°C$.

مثال (۱۱-۱۶). در حالت پایا با فرض ثابت بودن K، آهنگ شعاعی جریان گرما در ماده بین دو استوانه هم محور را به‌دست آورید (فرض کنید شعاع استوانه داخلی $R_۱$ و دمای آن $T_۱$، شعاع استوانه خارجی $R_۲$ و دمای آن $T_۲$ $(T_۱ > T_۲)$ و طول استوانه‌ها L است.)

حل: چون گرما در راستای شعاع جریان دارد و با تغییر شعاع، سطح جانبی استوانه نیز تغییر می‌کند. نوار باریکی به شکل استوانه به شعاع r و ضخامت dr در نظر گرفته و رسانش این نوار را حساب می‌کنیم.



$$\left.\begin{aligned} H &= -KA\frac{dT}{dr} \\ A &= 2\pi rL \end{aligned}\right\} \Rightarrow H = -K\,2\pi Lr\frac{dT}{dr} \Rightarrow H\frac{dr}{r} = -2K\pi LdT$$

از آنجا که حالت پایا بررسی می‌شود، H ثابت است.

$$\int_{R_1}^{R_2} H\frac{dr}{r} = -2K\pi L\int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow H\ln\frac{R_2}{R_1} = -2K\pi L(T_2 - T_1) \Rightarrow H = \frac{2K\pi L(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

۱۱-۶- کار و گرما

۱۱-۷- معادله حالت گاز

$$pv = nRT$$

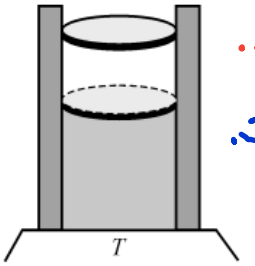
مثال (۱۱-۱۸). در یک موتور بنزینی، پیش از احتراق، مخلوط هوا و بنزین درون سیلندر متراکم می‌شود. نسبت تراکم درموتور معمولی ۹ به ۱ است. یعنی مخلوط موجود در سیلندر تا $\frac{1}{9}$ حجم اولیه متراکم می‌شود. فشار اولیه ۱ atm و دمای اولیه ۲۷ °C است. اگر فشار پس از تراکم ۲۲atm باشد، دمای گاز متراکم چقدر است؟

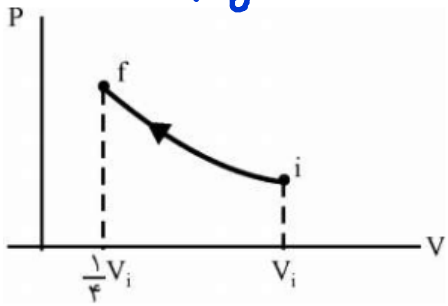
حل: با توجه به اینکه دریچه‌های ورود و خروج هوا در سرسیلندر هنگام تراکم بسته است، تعداد مول‌های گاز (n) ثابت می‌ماند.

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{P_2V_2}{P_1V_1}\right) = (300)\left(\frac{22\times V_2}{1\times 9\,V_2}\right) = 733\,K = 460^\circ C$$

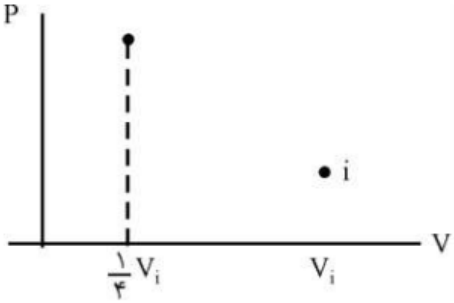
۱- فرایند برگشت‌ناپذیر: فرآیند سریع انجام شده و اطلاعات نقطه ابتدا و انتها معلوم است. مسیر فرآیند معلوم نیست. (شکل الف)

۲- فرایند برگشت‌پذیر: فرآیند تدریجی و آرام انجام می‌شود و مسیر انجام فرآیند معلوم است. (شکل ب)





(ب)



(الف)

شکل ۱۱-۱۲

$$dw = \vec{F}\cdot\vec{dl} = Fdl = PA\,dl = Pdv$$

۱- فرایند تک فشار (فشار ثابت):

$$w = \int_i^f Pdv = P\int_i^f dv = P(V_f - V_i) = P\Delta V$$

۲- فرایند تک حجم (حجم ثابت):

$$\Delta V = 0 \qquad \text{و} \qquad w = \int_i^f Pdv = 0$$

۳- فرایند تک دما (دما ثابت):

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \qquad w = \int_i^f Pdv = \int_i^f \frac{nRT}{V}dV = nRT\int_i^f \frac{dV}{V} = nRT\left(\ln V\right)_i^f = nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

۴- فرایند بی در رو (عایق‌بندی شده):

$$w = \int_i^f Pdv = -n\,C_V\Delta T$$

۱۱-۸- قانون اول ترمودینامیک

U: انرژی داخلی کمیتی است که فقط به دما وابستگی دارد و از آنجا که دما در هر نقطه از منحنی $(P-V)$ مقداری منحصر به فرد است $\left(T=\frac{PV}{nR}\right)$، تغییرات انرژی داخلی به مسیر بستگی ندارد.

$$U_f - U_i = \Delta U = Q - W$$

مثال (۱۱-۱۹). در فشار ۱ atm، جرم ۱ cm^3 از آب برابر ۱ gr است. اگر پس از جوشیدن و تبخیر، حجم بخار برابر ۱۶۰۱ سانتی‌متر مکعب شود، تغییر انرژی داخلی سیستم چقدر است؟

حل: گرمای نهان تبخیر آب $L_V = ۵۴۰\ cal/g$ و چون فشار ثابت است:

$$۱atm = ۱۰^۵\ pa$$

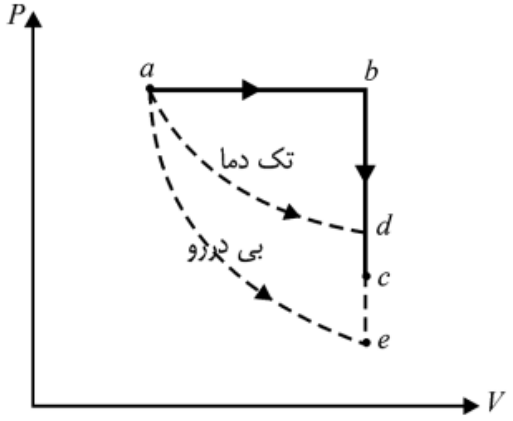
$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = mL_V = (۱)(۵۴۰) = ۵۴۰\ cal$$

$$w = P(V_F - V_i) = ۱۰^۵(۱۶۰۱ - ۱) \times ۱۰^{-۶} = ۱/۶ \times ۱۰^۲\ j = \frac{۱/۶}{۴/۲} \times ۱۰^۲ = ۳۸ cal$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۵۴۰ - ۳۸ = ۵۰۲ cal$$

جدول ۱۱-۱ *فرایندهای مهم ترمودینامیکی*



نوع فرایند	کار W	گرما Q	تغییر انرژی داخلی ΔU
تک فشار (ab)	$P\Delta V$	$nC_P\Delta T$	$nC_V\Delta T$
تک حجم (bc)	۰	$nC_V\Delta T$	$nC_V\Delta T$
تک دما (ad)	$nRT \ln \frac{V_d}{V_a}$	$nRT \ln \frac{V_d}{V_a}$	۰
بی‌دررو (ae)	$-nC_V\Delta T$	۰	$nC_V\Delta T$

مثال (۱۱-۲۲). یک لیتر گاز با $\gamma = ۱/۳$ در دمای ۲۷۳ K و فشار ۱ atm قرار دارد.

الف) این گاز را ناگهان تا نصف حجم اولیه‌اش متراکم می‌کنیم. فشار و دمای نهایی آن را پیدا کنید.

ب) اکنون گاز را در فشار ثابت تا دمای $۰^\circ C$ سرد می‌کنیم. حجم نهایی آن را به‌دست آورید.

حل:

الف) فرایند بی‌دررو است.

$$PV^\gamma = \text{ثابت} \Rightarrow P_۱V_۱^\gamma = P_۲V_۲^\gamma \Rightarrow P_۲ = P_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^\gamma = ۱\left(\frac{۱}{۰/۵}\right)^{۱/۳} = ۲/۴۶ atm$$

$$TV^{\gamma-۱} = \text{ثابت} \Rightarrow T_۱V_۱^{\gamma-۱} = T_۲V_۲^{\gamma-۱} \Rightarrow T_۲ = T_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma-۱} = ۲۷۳\left(\frac{۱}{۰/۵}\right)^{۰/۳} = ۳۳۶ K$$

ب) فرایند فشار ثابت است.

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{nR}{P} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \Rightarrow V_f = T_f\left(\frac{V_i}{T_i}\right) = ۲۷۳\left(\frac{۰/۵}{۳۳۶}\right) = ۰/۴۱ lit$$

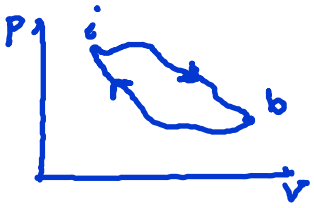
۱۱-۹- چرخه‌ها

چرخه به مجموعه فرایندهای ترمودینامیکی گفته می‌شود که از یک نقطه (حالت تعادل اولیه) آغاز شده و به همان نقطه (حالت اولیه) برمی‌گردد.

- اگر $Q > 0 \Leftrightarrow w > 0$، درنتیجه چرخه در کل گرما گرفته و کار انجام داده است. به چنین چرخه‌هایی ماشین گرمایی گفته می‌شود. چرخه ساعتگرد است.
- اگر $Q < 0 \Leftrightarrow w < 0$، در نتیجه چرخه در کل کار گرفته و گرما به محیط داده است. به چنین چرخه‌هایی، یخچال گفته می‌شود. چرخه پادساعتگرد است.

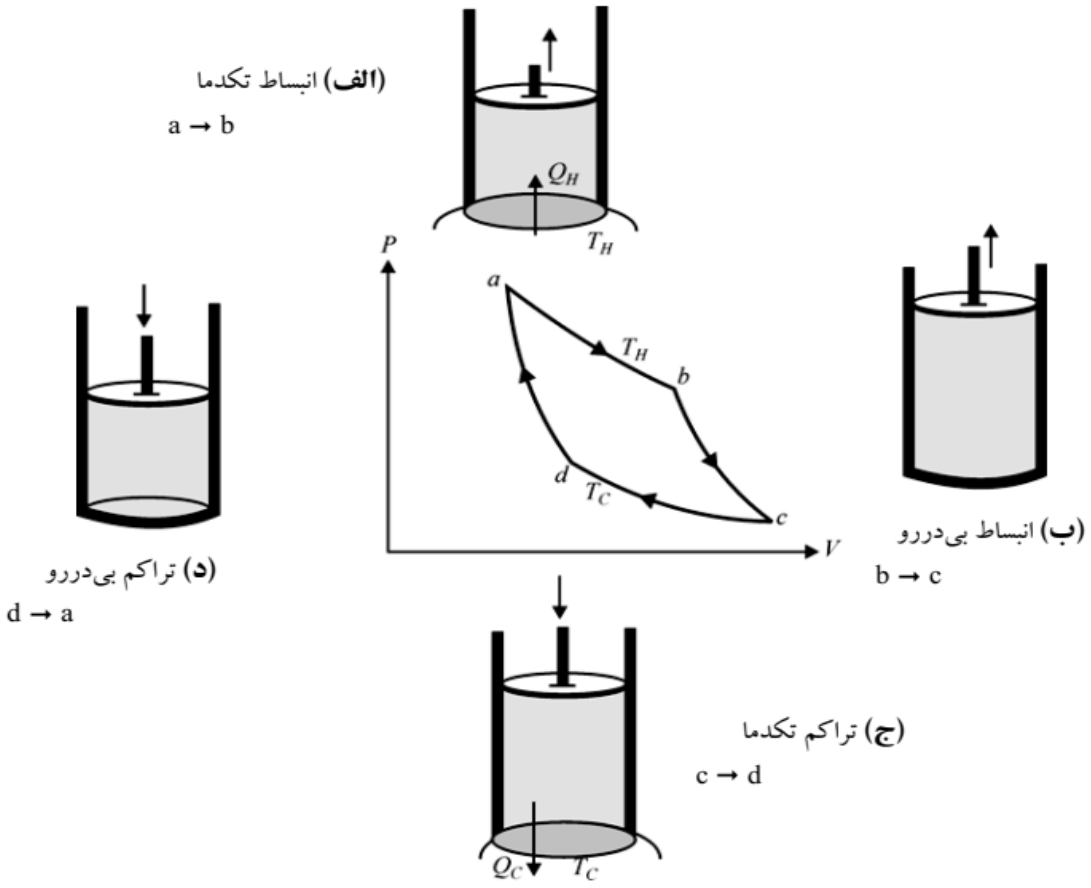
$$Q = Q_{in} + Q_{out} \rightarrow Q = Q_{in} - |Q_{out}| < Q_{in}$$

$$e = \frac{W}{Q_{in}} = \frac{Q}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - |Q_{out}|}{Q_{in}} = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} < 1$$



چرخه کارنو

این چرخه از دو فرایند تک دما و دو فرایند بی دررو تشکیل شده



شکل ۱۱-۱۶

$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

مثال (۱۱-۲۸). در یک ماشین گرمایی، ۰/۲ mol گاز دو اتمی، فرایندهایی را طبق چرخه زیر انجام می‌دهد. فرایند $b \to c$ بی‌دررو است.

الف) فشار و حجم را در نقاط a و b و c به‌دست آورید.

ب) Q و W و ΔU را در هر فرایند محاسبه کنید.

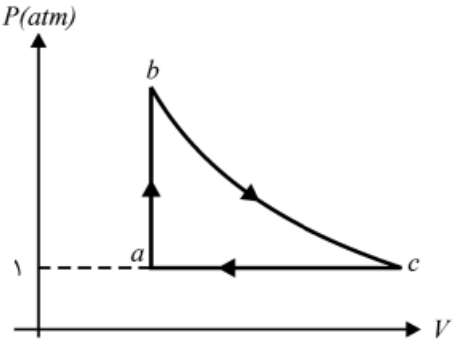
ج) بازده ماشین را محاسبه نموده و آن را با بازده چرخه کارنو که بین دماهای T_a و T_b کار می‌کند، مقایسه کنید.

$T_a = ۳۰۰K \qquad T_b = ۶۰۰K \qquad T_C = ۴۵۵\ K$

حل:

الف) از قانون عمومی گازها $PV = nRT$ داریم:

$$V_a = \frac{nRT_a}{P_a} = \frac{(۰/۲)(۸/۳۱۵)(۳۰۰)}{۱\times۱۰^{۵}} = ۴/۹۹\times۱۰^{-۳}\ m^{۳} = V_b$$



فرایند ab تک حجم است بنابراین:

$$\frac{P_a}{T_a} = \frac{P_b}{T_b} \Rightarrow P_b = P_a\left(\frac{T_b}{T_a}\right) = ۲\times۱۰^{۵}\ pa$$

فرایند ca تک فشار است. پس:

$$\frac{V_a}{T_a} = \frac{V_c}{T_c} \Rightarrow V_c = T_c\left(\frac{V_a}{T_a}\right) = ۷/۵۷\times۱۰^{-۳}\ m^{۳}$$

ب) $Q = nC_V\Delta T = ۰/۲\left(\frac{۵}{۲}R\right)(۳۰۰) = ۱/۲۵\times۱۰^{۳}\ j$ و $w = ۰$: ab تک‌حجم

$W = -\Delta U = -nC_V\Delta T = -۰/۲\left(\frac{۵}{۲}R\right)(۱۵۵) = -۶/۴۴\times۱۰^{۲}\ j$ و $Q = ۰$: bc بی‌دررو

ca : تک‌فشار
$$\begin{cases} w = P\Delta V = ۱۰^{۵}(۴/۹۹ - ۷/۵۷)\times۱۰^{-۳} = -۲۵۸\ j \\ Q = nC_P\Delta T = ۰/۲\left(\frac{۷}{۲}R\right)(-۱۵۵) = -۹۰۲\ j \end{cases} \qquad \Delta U = Q - w = -۶۴۴\ j$$

ج) $e = \frac{w}{Q_{in}} = \frac{۳۴۸}{۱۲۵۰} = ۰/۲۸ = ٪۲۸$

برای چرخه کارنو بین دمای T_a و T_b:

$$e = ۱ - \frac{T_c}{T_H} = ۱ - \frac{۳۰۰}{۶۰۰} = ٪۵۰$$

مشاهده می‌شود که بازده کارنو بیشتر از ماشین چرخه‌ای فوق است.